

Estudios matemáticos
Nivel medio
Prueba 1

Jueves 4 de mayo de 2017 (tarde)

Número de convocatoria del alumno

1 hora 30 minutos

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Instrucciones para los alumnos

- Escriba su número de convocatoria en las casillas de arriba.
- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- En esta prueba es necesario usar una calculadora de pantalla gráfica.
- Para esta prueba, se necesita una copia sin anotaciones del **cuadernillo de fórmulas de estudios matemáticos NM**.
- Conteste todas las preguntas.
- Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán darse como valores exactos o con una aproximación de tres cifras significativas.
- La puntuación máxima para esta prueba de examen es **[90 puntos]**.



Se otorgará la máxima puntuación a las respuestas correctas. Aun cuando una respuesta sea incorrecta, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Escriba sus respuestas en las casillas provistas a tal efecto. Para los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido hasta su obtención. Por ejemplo, cuando deba utilizar un gráfico de una calculadora de pantalla gráfica para hallar soluciones, deberá dibujar aproximadamente esas gráficas en su respuesta.

1. Considere los números $p = 2,78 \times 10^{11}$ y $q = 3,12 \times 10^{-3}$.

(a) Calcule $\sqrt[3]{\frac{p}{q}}$. Escriba el valor completo que aparece en la pantalla de su calculadora. [2]

(b) Escriba la respuesta que dio en el apartado (a)

(i) redondeando a dos lugares decimales;

(ii) redondeando a tres cifras significativas. [2]

(c) Escriba la respuesta que dio en el **apartado (b)(ii)** en la forma $a \times 10^k$, donde $1 \leq a < 10$, $k \in \mathbb{Z}$. [2]

Operaciones:

Respuestas:

- (a)
- (b) (i)
- (ii)
- (c)

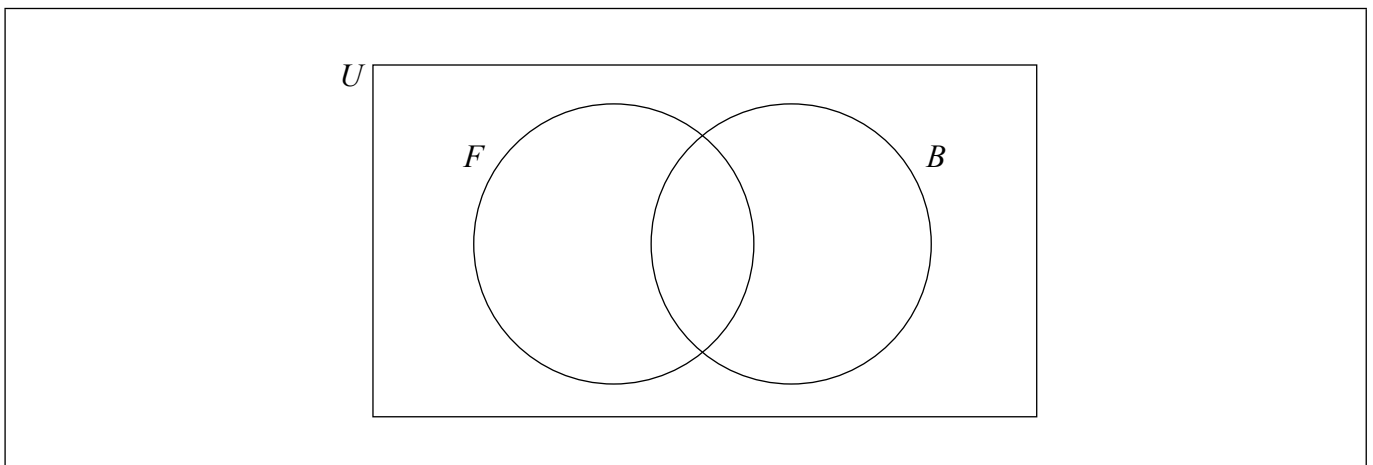


2. En un campamento de verano, todos los niños han de practicar al menos un deporte. Pueden elegir entre fútbol (F) y baloncesto (B). Hay 15 niños que practican los dos deportes.

El número de niños que juegan solo al fútbol es el doble que el número de niños que juegan solo al baloncesto.

Sea x el número de niños que juegan solo al fútbol.

- (a) Escriba una expresión, en función de x , para representar el número de niños que juegan solo al baloncesto. [1]
- (b) Complete el diagrama de Venn utilizando los datos anteriores. [2]



En este campamento de verano hay 120 niños.

- (c) Halle el número de niños que juegan solo al fútbol. [2]
- (d) Escriba el valor de $n(F)$. [1]

Operaciones:

Respuestas:

- (a)
- (c)
- (d)

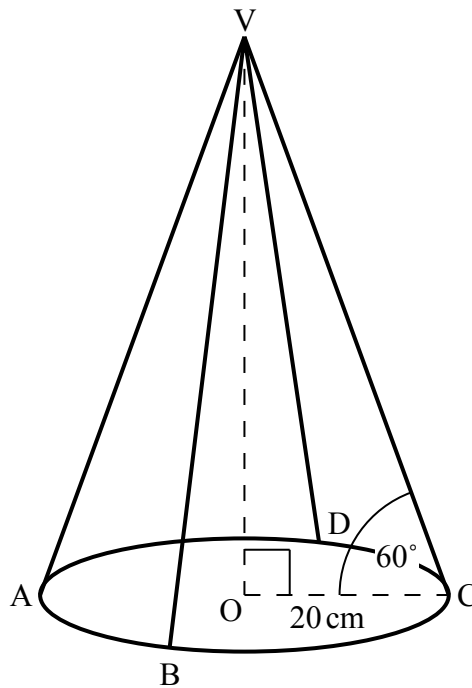


3. La pantalla de una lámpara tiene forma de cono. Su estructura de alambre consta de un anillo circular y cuatro piezas rectas de igual longitud que van unidas al anillo en los puntos A, B, C y D.

El anillo tiene su centro en el punto O y un radio de 20 centímetros. Las piezas rectas se encuentran en el punto V, que está sobre la vertical del punto O, y el ángulo que forman con la base de la pantalla de la lámpara es igual a 60° .

Toda esta información se muestra en la siguiente figura.

la figura no está
dibujada a escala



- (a) Halle la longitud de una de estas piezas rectas que tiene la estructura de alambre. [2]
- (b) Halle la longitud total de alambre que se necesita para construir esta estructura de alambre. Dé la respuesta en centímetros, redondeando al número de milímetros más cercano. [4]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



(Pregunta 3: continuación)

Operaciones:

Respuestas:

(a)

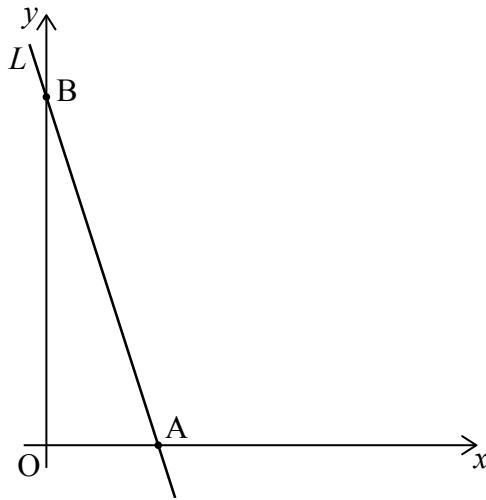
(b)



24EP05

Véase al dorso

4. La recta L corta al eje x en el punto A y al eje y en el punto B , tal y como se muestra en la figura.



La longitud del segmento de recta OB es tres veces la longitud del segmento de recta OA , donde O es el origen.

- (a) Halle la pendiente de L . [2]

El punto $(2, 6)$ pertenece a L .

- (b) Halle la ecuación de L en la forma $y = mx + c$. [2]

- (c) Halle la coordenada x del punto A . [2]

Operaciones:

Respuestas:

- (a)
- (b)
- (c)



5. Tomás está jugando con unos palos y con ellos forma los tres primeros diagramas de un patrón. Estos diagramas se muestran a continuación.

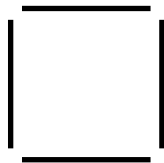


Diagrama 1

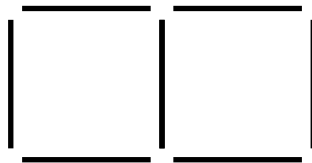


Diagrama 2

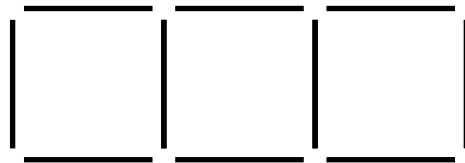


Diagrama 3

Tomás continúa formando diagramas siguiendo este mismo patrón.

- (a) Para formar el diagrama n utiliza 52 palos. Halle el valor de n . [3]

Tomás forma, en total, 24 diagramas.

- (b) Halle el número total de palos que ha utilizado Tomás para formar estos 24 diagramas. [3]

Operaciones:

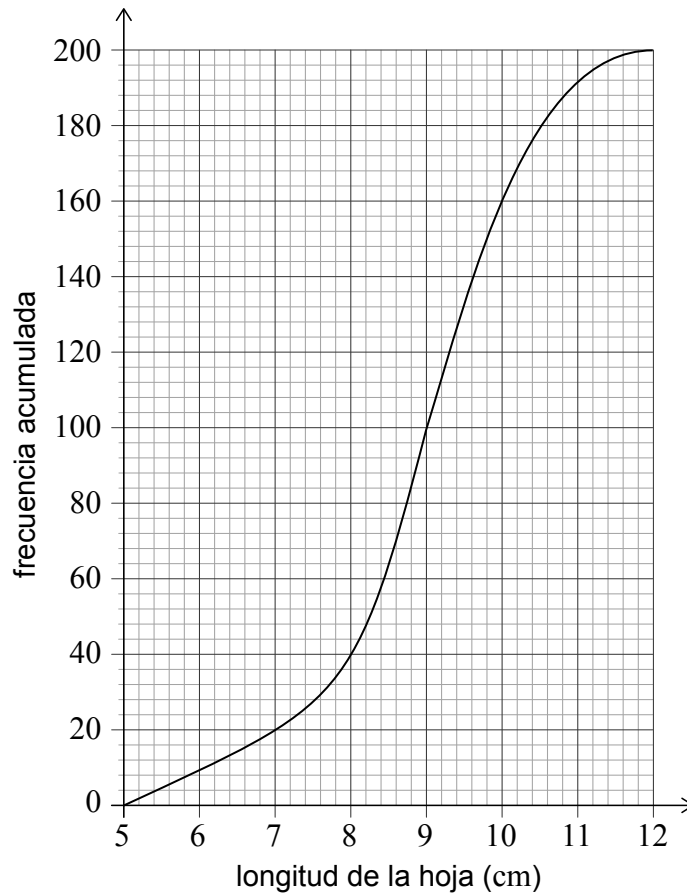
Respuestas:

(a)

(b)



6. Para un estudio, una investigadora recogió 200 hojas de roble. Después de medir la longitud de cada hoja, en cm, elaboró el siguiente gráfico de frecuencias acumuladas.



(a) Escriba la mediana de las longitudes de estas hojas. [1]

(b) Escriba el número de hojas cuya longitud es menor o igual que 8 cm. [1]

La investigadora ha observado que el 10% de las hojas tienen una longitud mayor que k cm.

- (c) (i) Utilice el gráfico para hallar el valor de k .
- (ii) Antes de medir las hojas, la investigadora estimó que el valor de k era aproximadamente igual a 9,5 cm. Halle el porcentaje de error de esta estimación. [4]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



(Pregunta 6: continuación)

Operaciones:

Respuestas:

- (a)
- (b)
- (c) (i)
- (ii)



24EP09

Véase al dorso

7. Un dado tetraédrico (de cuatro caras) lleva escritos los números 1, 2, 3 y 4. El dado se tira muchas veces y se va anotando la puntuación que sale. La siguiente tabla muestra la distribución de frecuencias resultante.

Puntuación	1	2	3	4
Frecuencia	18	x	y	22

El dado se tira 100 veces en total.

- (a) Escriba una ecuación que exprese, en función de x e y , el número total de veces que se ha tirado el dado. [1]

La media de las puntuaciones es 2,71.

- (b) Utilizando esta media de las puntuaciones, escriba una segunda ecuación en función de x e y . [2]

- (c) Halle el valor de x y el de y . [3]

Operaciones:

Respuestas:

(a)

(b)

(c)



8. Claudia viaja de Buenos Aires a Barcelona. Cambia 8000 pesos argentinos (ARS) a euros (EUR).

El tipo de cambio aplicado es $1 \text{ ARS} = 0,09819 \text{ EUR}$. El banco cobra una comisión del 2% por realizar este cambio de divisa.

- (a) Halle cuántos euros recibe Claudia. Dé la respuesta redondeando a dos lugares decimales.

[3]

Cuando Claudia regresa a Buenos Aires aún tiene 85 EUR y decide volver a cambiar este dinero a ARS. El tipo de cambio aplicado es $1 \text{ ARS} = 0,08753 \text{ EUR}$. El banco le cobra una comisión del $r\%$. La comisión que le han cobrado por cambiar este dinero es de 14,57 ARS.

- (b) Halle el valor de r .

[3]

Operaciones:

Respuestas:

(a)

(b)



9. Considere la progresión geométrica $u_1 = 18; u_2 = 9; u_3 = 4,5; \dots$
- (a) Escriba la razón común de la progresión. [1]
 - (b) Halle el valor de u_5 . [2]
 - (c) Halle el valor más pequeño de n para el cual se cumple que u_n es menor que 10^{-3} . [3]

Operaciones:

Respuestas:

- (a)
- (b)
- (c)



10. La marca Home Shine fabrica bombillas. Se sabe que 7% de las que se fabrican están defectuosas.

- (a) Escriba la probabilidad de que una bombilla de la marca Home Shine no sea defectuosa. [1]

Francesco compra dos bombillas de la marca Home Shine.

- (b) (i) Halle la probabilidad de que ninguna de las dos bombillas sea defectuosa.
- (ii) Halle la probabilidad de que al menos una de las bombillas de Francesco sea defectuosa. [4]

La marca Bright Light también fabrica bombillas. La probabilidad de que una bombilla de la marca Bright Light no sea defectuosa es igual a a .

Deborah compra tres bombillas de la marca Bright Light.

- (c) Escriba una expresión, en función de a , que represente la probabilidad de que al menos una de las tres bombillas que ha comprado Deborah sea defectuosa. [1]

Operaciones:

Respuestas:

- (a)
- (b) (i)
- (ii)
- (c)



No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



11. La masa de un determinado tipo de mazorca de maíz chilena sigue una distribución normal de media 400 gramos y con una desviación típica igual a 50 gramos.

- (a) Escriba la probabilidad de que la masa de una de estas mazorcas de maíz sea mayor que 400 gramos. [1]

Cada una de estas mazorcas de maíz es considerada «de calidad superior» si su masa es mayor que a gramos. El 25% de estas mazorcas de maíz son consideradas «de calidad superior».

- (b) Halle el valor de a . [2]

- (c) Estime el rango intercuartil de esta distribución. [3]

Operaciones:

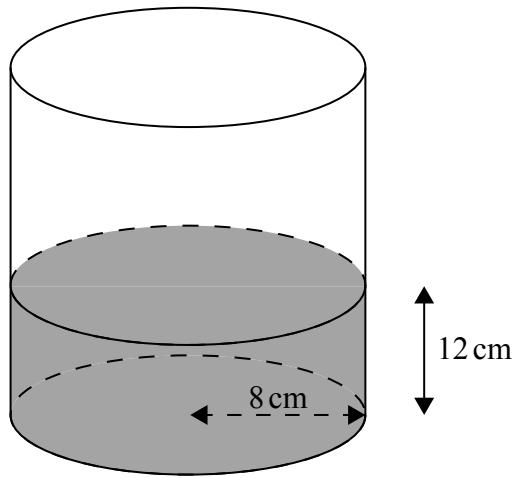
Respuestas:

- (a)
- (b)
- (c)



12. Un contenedor cilíndrico de 8 cm de radio se coloca sobre una superficie plana. El contenedor se llena de agua hasta una altura de 12 cm, tal y como se muestra en la siguiente figura.

la figura no está dibujada a escala

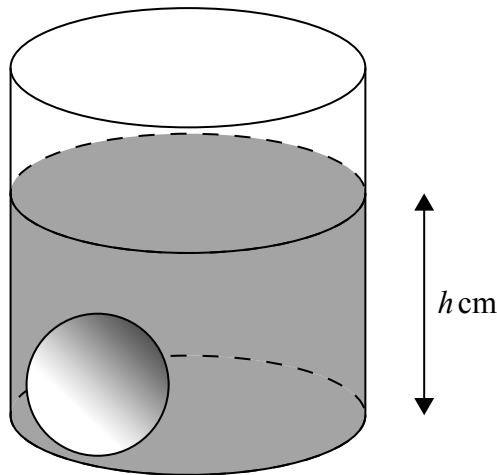


- (a) Halle el volumen de agua que hay en el contenedor.

[2]

Una bola pesada de 2,9 cm de radio se deja caer dentro del contenedor. Como resultado de ello, la altura del agua aumenta hasta alcanzar los h cm, tal y como se muestra en la siguiente figura.

la figura no está dibujada a escala



- (b) Halle el valor de h .

[4]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



(Pregunta 12: continuación)

Operaciones:

Respuestas:

(a)

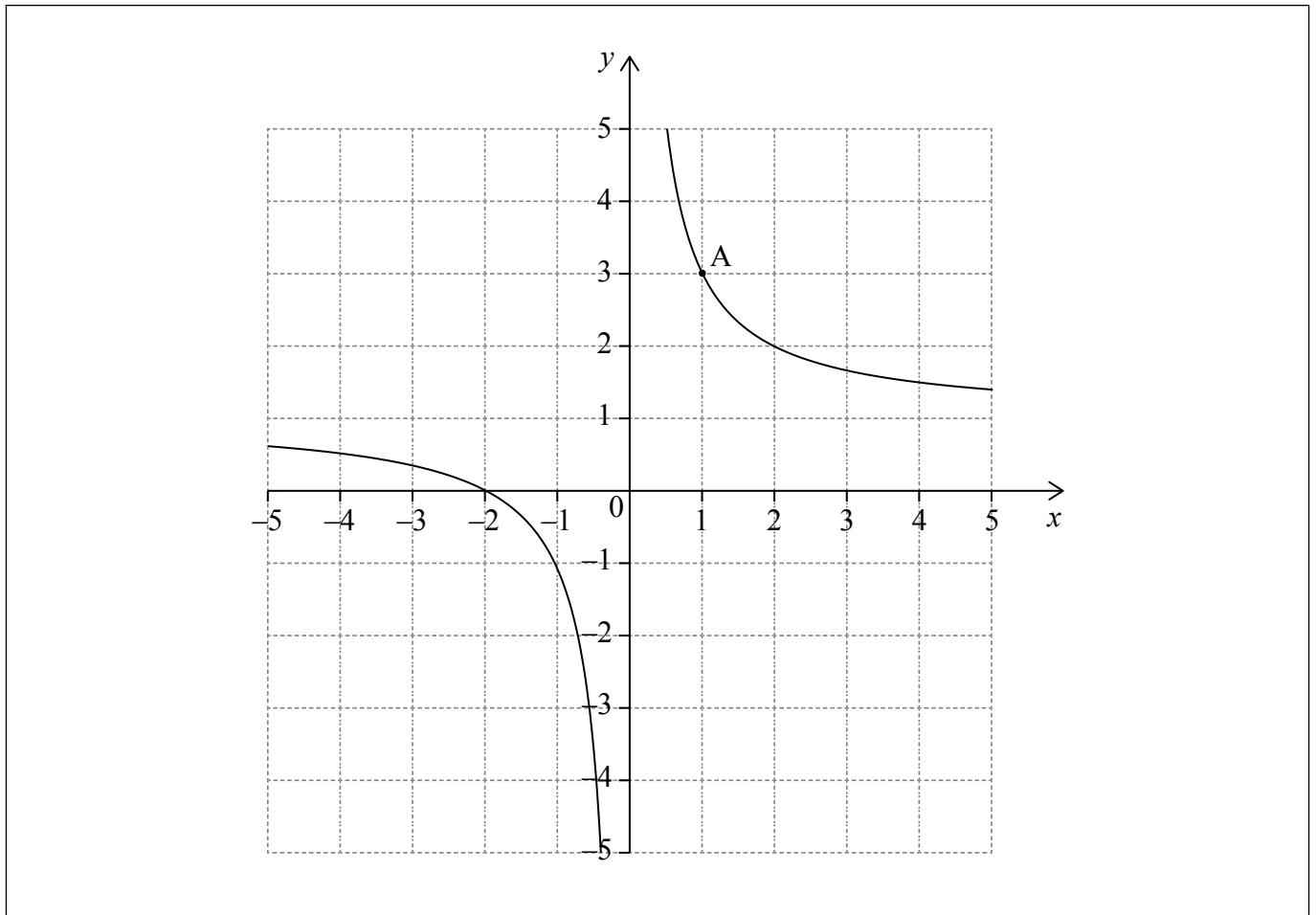
(b)



24EP17

Véase al dorso

13. La siguiente figura muestra una parte del gráfico de la función $y = f(x)$. El gráfico pasa por el punto $A(1, 3)$.



- (a) Escriba el valor de $f(1)$. [1]

La tangente al gráfico de $y = f(x)$ en A tiene por ecuación $y = -2x + 5$. Sea N la normal al gráfico de $y = f(x)$ en A .

- (b) Halle la ecuación de N . Dé la respuesta en la forma $ax + by + d = 0$ donde $a, b, d \in \mathbb{Z}$. [3]
- (c) Dibuje con precisión la recta N , en la misma figura que aparece más arriba. [2]

(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



(Pregunta 13: continuación)

Operaciones:

Respuestas:

(a)

(b)



24EP19

Véase al dorso

No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



14. Jashanti está ahorrando dinero para comprarse un coche. El precio del coche, en dólares estadounidenses (USD), se puede modelizar mediante la siguiente ecuación

$$P = 8500(0,95)^t.$$

Los ahorros de Jashanti, en USD, se pueden modelizar mediante la siguiente ecuación

$$S = 400t + 2000.$$

En las dos ecuaciones t es el tiempo, en meses, que ha transcurrido desde que Jashanti empezó a ahorrar para comprarse el coche.

- (a) Escriba la cantidad de dinero que Jashanti ahorra cada mes. [1]
- (b) Utilice la calculadora de pantalla gráfica para hallar cuánto tiempo tardará Jashanti en tener suficiente dinero ahorrado para comprarse el coche. [2]

Jashanti no quiere esperar demasiado y quiere comprarse el coche dos meses después de haber empezado a ahorrar. Decide pedirle a sus padres el dinero que le falta.

- (c) Calcule cuánto dinero le falta a Jashanti. [3]

Operaciones:

Respuestas:

- (a)
- (b)
- (c)



15. Considere los siguientes gráficos de funciones cuadráticas.

Gráfico 1.

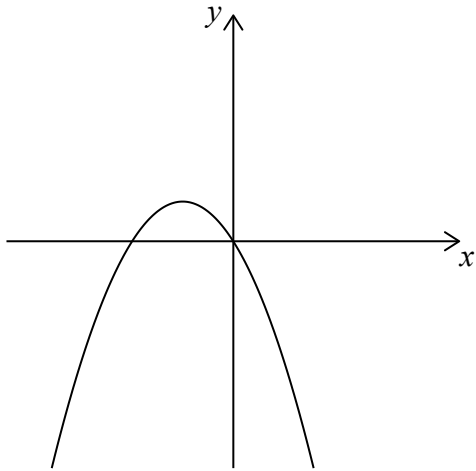


Gráfico 2.

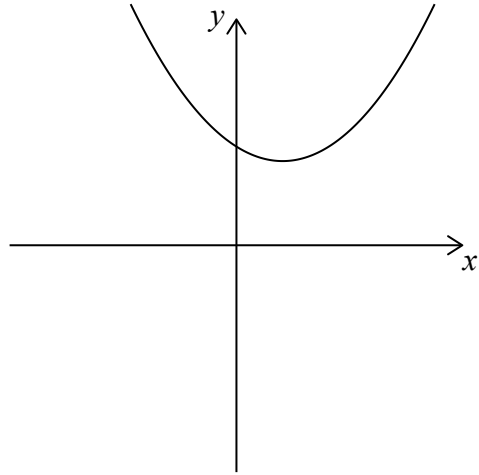


Gráfico 3.

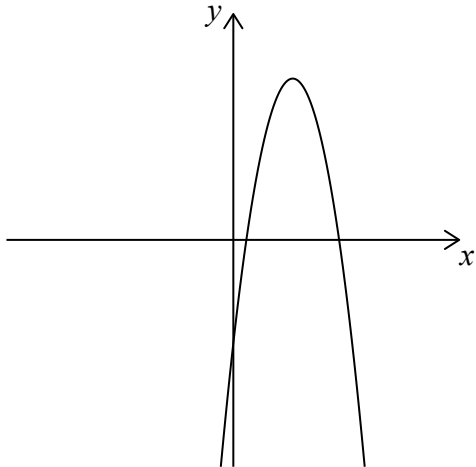


Gráfico 4.

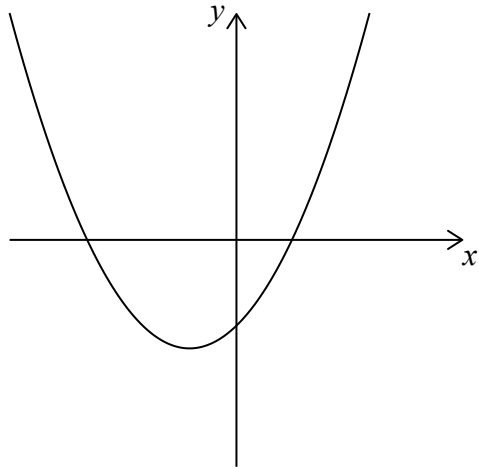


Gráfico 5.

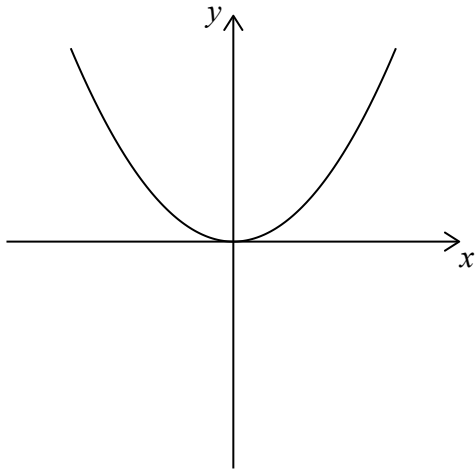
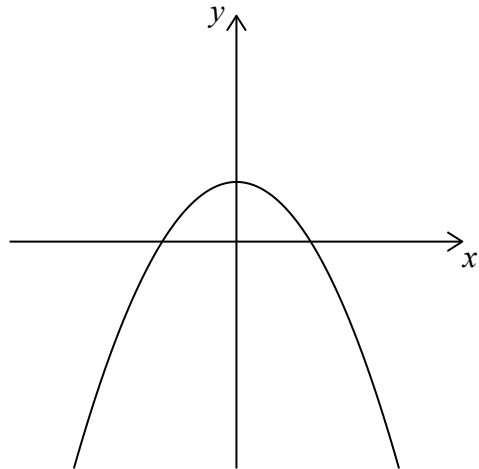


Gráfico 6.



(Esta pregunta continúa en la página siguiente)



(Pregunta 15: continuación)

La ecuación de cada una de esas funciones cuadráticas se puede escribir de la forma $y = ax^2 + bx + c$, donde $a \neq 0$.

En la siguiente tabla, cada conjunto de condiciones referidas a las constantes a , b y c , corresponde a uno de los gráficos de la página contigua.

Escriba el número del gráfico correspondiente, junto a cada conjunto de condiciones.

[6]

Condiciones	Número del gráfico
$a > 0, b < 0, c > 0$	
$a < 0, b = 0, c > 0$	
$a < 0, b > 0, c < 0$	
$a > 0, b = 0, c = 0$	
$a > 0, b > 0, c < 0$	
$a < 0, b < 0, c = 0$	



No escriba en esta página.

Las respuestas que se escriban en esta página no serán corregidas.



24EP24